ESTADISTICA GENERAL

- PRINCIPALES DISTRIBUCIONES DISCRETAS
- Profesor: Celso Gonzales

OBJETIVOS

- **Describir las características de las distribuciones de probabilidad de: Binomial, Hipergeometrica y Poisson y calcular las probabilidades utilizando estas distribuciones.**

INTRODUCCIÓN

DISTRIBUCIONES DISCRETAS IMPORTANTES

Distribuciones discretas

- **D. uniforme discreta**
- **D. Binomial**
- **D. Hipergeométrica**
- **D. Poisson**

DISTRIBUCION DE PROBABILIDAD UNIFORME DISCRETA

$$P\left(X = x\right) = \frac{1}{N} \qquad x = 1, 2, \ldots., N$$

Notación:

$$X \sim U(N)$$

Media:

$$E\left(X\right) = \frac{(N+1)}{2}$$

Varianza:

$$V\left(X\right) = \frac{(N^2-1)}{12}$$

DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD BINOMIAL

Características:

- El experimento consiste en una secuencia de n intentos(ensayos de bernoulli)
- El resultado de cada ensayo de un experimento da lugar a dos posibles resultados: éxito (E) o fracaso (F).
- La probabilidad de un éxito permanece constante.
- Los ensayos son independientes.

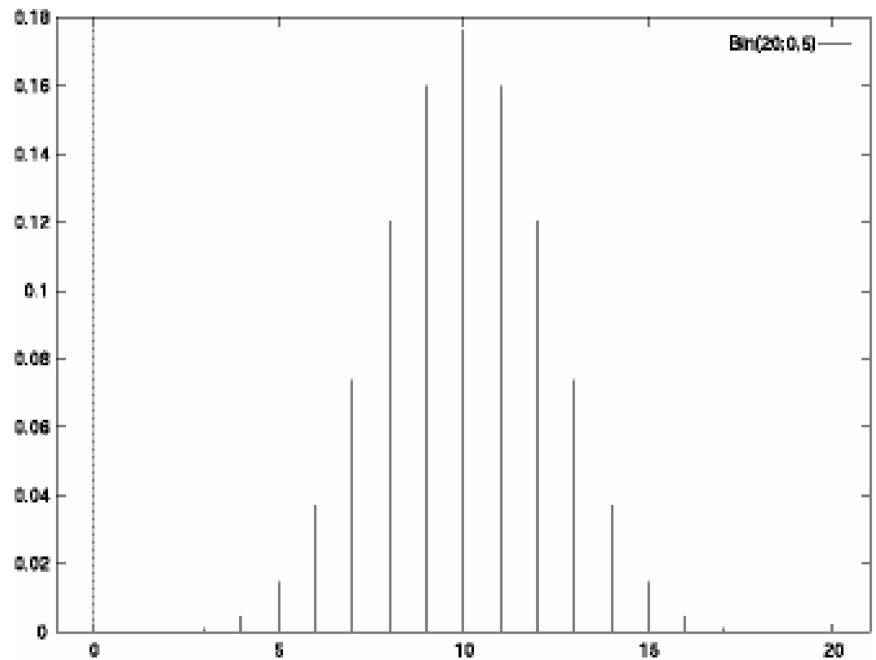
DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD BINOMIAL

- Función de probabilidad

$$P[X=x]=\binom{n}{x}\pi^{x}(1-\pi)^{n-x},\quad 0\le x\le n$$

  - Problemas de cálculo si n es grande y/o p cercano a 0 o 1.

- Notación: $X \sim B(n,\pi)$
- Media: μ =n π
- Varianza: σ^2 = n π(1-π)



EJEMPLO

Un proceso de producción opera con una salida disconforme de 2%. Cada hora se toma una muestra de 20 unidades del producto y se cuenta el número de unidades disconformes. Si se encuentra una o más disconformes, el proceso se detiene y el técnico de control de calidad debe buscar la causa de la producción disconforme. Calcular la probabilidad de detener el proceso.

EJEMPLO

Sea X (mide el grosor de una banda elástica) una variable aleatoria con función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} 2(x-2) & si \quad 2 \leq x \leq 3 \\ 0 & para\ otros\ valores \end{cases}$$

Por cada lote producido cogemos una muestra de tamaño 5 y rechazamos el lote si existe alguna banda defectuosa. Calcular la probabilidad de aceptar el lote.

DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD HIPERGEOMETRICA

Características:

- Población Finita.
- La selección de la muestra es sin reemplazo.
- Cada elemento puede ser caracterizado como un éxito (E) o fracaso (F).
- La probabilidad de éxito no permanece igual de un ensayo a otro.

DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD HIPERGEOMETRICA

- Función de probabilidad

$$P[X = x] = \frac{\binom{A}{x}\binom{N-A}{n-x}}{\binom{N}{n}}, \qquad x = \max(0, n-N+A), 1, 2, \ldots\ldots, \min(n, A)$$

  - Problemas de cálculo si n es grande y/o p cercano a 0 o 1.
- Notación: $X \sim H(N, n, A)$
- Media: $\mu = n\frac{A}{N}$
- Varianza: $\sigma^2 = n\frac{A}{N}\left(1-\frac{A}{N}\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$

EJEMPLO

Un vendedor de grano está tratando de promover la venta de sus productos en los comedores escolares. Para lograrlo lleva 72 granos a una Licitación pública. Una vez en la licitación, su cocinero lo llama para decirle que se le colaron 4 granos fritos en aceite rancio. El vendedor sabe que los jueces tomarán una muestra de sólo 6 granos. ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno de los granos escogidos esté rancio? El vendedor estima que si la probabilidad de escoger un grano rancio es mayor de 8% debe retirarse de la actividad antes de que los jueces tomen la muestra. De acuerdo con el resultado obtenido ¿debe el vendedor retirase?

DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD POISSON

A. Proceso de Poisson
B. Como Aproximación de la Distribución Binomial.

A. Proceso de Poisson

Características:

1. Sucesos de la misma clase
2. Los sucesos en un intervalo son independientes de los sucesos en otros intervalos no superpuestos.
3. El promedio de sucesos por unidad de intervalo, es igual a v.

Función de Probabilidad:

$$P[X = x] = \frac{e^{-vt}\left(vt\right)^{x}}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \ldots$$

v = promedio de sucesos por unidad de intervalo

t = tamaño del intervalo

vt = promedio de sucesos por intervalo de tamaño t

B: COMO APROXIMACION DE LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

- Se obtiene como aproximación de una distribución binomial con la misma media, para 'n grande' (n>30) y 'p pequeño' (p<0,05).
- Queda caracterizada por un único parámetro μ (que es a su vez su media y varianza.)
- Función de probabilidad:

$$\boxed{P[X = x] = \frac{e^{-\mu}\mu^{x}}{x!}, \quad x = 0,1,2,\ldots}$$

EJEMPLO

Se sabe por experiencia que el 1,4 por ciento de las llamadas recibidas por una central telefónica son números incorrectos. ¿Cuál es la probabilidad que entre 150 llamadas recibió por la central telefónica dos son números incorrectos?

EJEMPLO

Se supone que el número de bacterias por mm^3 de agua en un estanque es una variable aleatoria con distribución de Poisson con parámetro igual a 0.5.

A. ¿Cuál es la probabilidad de que en un mm^3 de agua del estanque no haya ninguna bacteria?
B. Si sabemos que en un tubo de ensayo (con una muestra de agua de 1 mm^3) hay bacterias, ¿cuál es la probabilidad de que haya menos de tres?
C. En 5 tubos de ensayo se toman muestras de agua del estanque (1 mm^3 de agua en cada tubo). ¿Qué distribución sigue la variable Y: número de tubos de ensayo, entre los 5, que no contienen bacterias?